

Ozeanzirkulation im Wassertank

Laborkurs moderne Physik

Robert Schneider & Patrik Pfister

Prof. Hubertus Fischer & Thomas Stocker

Universität Bern, Abteilung Klima- und Umweltphysik

Exakte Wissenschaften Raum 015a

pfister@climate.unibe.ch

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Navier-Stokes-Gleichung und Massenerhaltung	3
2.2	Wassertank als Ozean-Sektor	4
2.3	Geostrophisches und Hydrostatisches Gleichgewicht	5
2.4	Taylor Columns	5
2.5	Ekman Layers	6
2.6	Western Boundary Currents	8
2.7	Thermal Wind und Barokline Instabilitäten	10
3	Aufgaben	12
3.1	Taylor Columns	12
3.2	Bottom Ekman Layers	12
3.3	Ekman Pumping/Suction	13
3.4	Western Boundary Currents	14
3.5	Thermischer Wind, Hadley Zirkulation und barokline Verwirbelungen	15
3.6	Zusatzexperimente	16
3.6.1	Einsteins Teeblätter	16
3.6.2	Tiefenwasserbildung	16

1 Einleitung

Die atmosphärische und ozeanische Zirkulation wird durch die physikalischen Gesetze der Impuls-, Energie-, Drehimpuls- und Massenerhaltung beschrieben. Kombiniert mit äußeren Einflüssen, wie der Strahlungsbilanz der Erde, determinieren diese das System und finden in den einschlägigen Computermodellen Anwendung, um die beobachteten Zirkulationsphänomene mathematisch zu erklären, zu verstehen und Szenarien zu simulieren. Im Prinzip ist es denkbar, den Satz physikalischer Gleichungen für jeden Punkt der Erde zu lösen und somit das System vollständig zu beschreiben.

Im vorliegenden Versuch 'Ozeanzirkulation im Wassertank' sollen den Studenten wichtige Ozeanströmungsphänomene verdeutlicht werden. Zur experimentellen Simulation dieser Phänomene im rotierenden Bezugssystem wird ein Wassertank auf drehendem Experimentiertisch verwendet (siehe Abbildung 1).



Abbildung 1: Foto der bestehenden Experimentieranlage. PID-geschwindigkeitsgesteuerter Drehtisch, welcher im Bezugssystem von oben mit einer mitrotierenden Kamera beobachtet werden kann. Die Videos werden via Funk an den Rechner übermittelt.

2 Theorie

2.1 Navier-Stokes-Gleichung und Massenerhaltung

In der Fluidodynamik wird die Veränderung der Geschwindigkeit eines Fluids (Flüssigkeit oder Gas), sowohl in Raum als auch Zeit

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u},$$

durch die Navier-Stokes-Gleichung (NSG)

$$\rho \frac{D\vec{u}}{dt} = -2\rho(\vec{\Omega} \times \vec{u}) - \rho\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) - \nabla p - \rho\vec{g} + \vec{F}_R \quad (1)$$

beschrieben. Dabei ist $\vec{u} = (u, v, w)$ die Geschwindigkeit des Fluids mit der Dichte ρ im rotierenden Bezugssystem Erde (Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega}$, Schwerebeschleunigung \vec{g}). Im Einzelnen wirken Trägheitskräfte (Zentrifugalkraft und Corioliskraft) aufgeprägt durch die Erdrotation, Gravitations- und Reibungskräfte sowie druckgradientinduzierte Beschleunigungen. Präziser

spricht man von Kraftdichten, da die Terme der NSG die Einheit N/m^3 haben; oft werden fluid-dynamische Gleichungen stattdessen in Beschleunigungseinheiten ($\text{N}/\text{kg} = \text{m}/\text{s}^2$) formuliert, wie in den folgenden Kapiteln.

Die Massenerhaltung wird durch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2)$$

beschrieben, für ein näherungsweise inkompressibles Fluid (wie Wasser) kann folgende Approximation gemacht werden:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3)$$

2.2 Wassertank als Ozean-Sektor

Obwohl die Erde nahezu kugelförmig ist, kann ein Ozean- oder Atmosphärensektor gut durch die vereinfachte Geometrie des Wassertanks approximiert werden. In der Folge betrachten wir ein lokales Koordinatensystem auf der Nordhemisphäre (Abbildung 2). Die x -Achse zeigt von West nach Ost (zonal), die y -Achse von Süd nach Nord (meridional) und die z -Achse vom Boden senkrecht aufwärts (vertikal). In diesem Koordinatensystem ist $\vec{\Omega} = (0, \Omega \cos \varphi, \Omega \sin \varphi)$, wobei $\varphi \in [-90^\circ, 90^\circ]$ der Breitengrad ist. Die Zentrifugalbeschleunigung aufgrund der Erddrehung ist klein im Vergleich zur Gravitation, so dass die Summe beider Beschleunigungen mit $\vec{g}^* \approx (0, 0, g^*) \approx (0, 0, g)$ approximiert werden kann (vgl. [1], S. 100-101; [2], S.90).

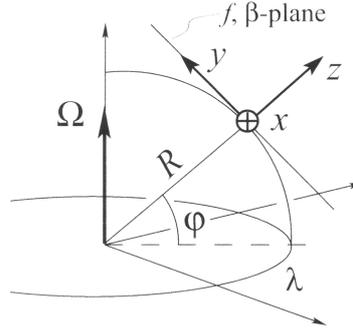


Abbildung 2: Lokales Kartesisches Koordinatensystem auf der Erdoberfläche. [2]

Die Coriolisbeschleunigung wirkt rechtwinklig zur Strömungsgeschwindigkeit im rotierenden Bezugssystem. Im oben beschriebenen System beträgt sie

$$\begin{aligned} 2\vec{\Omega} \times \vec{u} &= 2(0, \Omega \cos \varphi, \Omega \sin \varphi) \times (u, v, w) \\ &= 2(\Omega \cos \varphi w - \Omega \sin \varphi v, \Omega \sin \varphi u, -\Omega \cos \varphi u) \\ &\approx (-2\Omega \sin \varphi v, 2\Omega \sin \varphi u, 0) \\ &= f \hat{z} \times \vec{u}, \end{aligned} \quad (4)$$

wobei $f = 2\Omega \sin \varphi$ der Coriolisparameter ist. Hier wurden zwei Näherungen gemacht: erstens wurde die z -Komponente der Coriolisbeschleunigung vernachlässigt, weil sie viel kleiner als g ist. Zweitens wurde der w -Term vernachlässigt, da Atmosphäre und Ozean im Vergleich zum Erdradius sehr dünn sind und folglich $w \ll u, v$.

Im Wassertank gilt $\vec{g} = (0, 0, g)$ und $\vec{\Omega} = (0, 0, \Omega) = \Omega \hat{z}$. Die Coriolisbeschleunigung ist folglich

$$2\vec{\Omega} \times \vec{u} = 2\Omega \hat{z} \times \vec{u}, \quad (5)$$

was (4) entspricht mit $f = 2\Omega \neq f(\varphi)$. Im Gegensatz zur Erde ist f also konstant (nicht Breitengradabhängig), der Tank ist eine sog. “ f -plane” Näherung für den Ozean. Diese Näherung

ist brauchbar für einen Ozeansector, in dem f relativ wenig variiert, jedoch können bestimmte Strömungsphänomene in der f -plane nicht ohne weiteres beobachtet werden (z.B. Western Boundary Currents, Kapitel 2.6). Im Experiment ist $f > 0$ (Rotation im Gegenuhrzeigersinn), womit der Tank einen Ozeansector auf der Nordhemisphäre repräsentiert, z.B. 20° bis 40°N ($f < 0$ südlich des Äquators). Eine weitere gebräuchliche Näherung für die Breitengradabhängigkeit von f ist die sog. “ β -plane”, siehe Aufgabe 3.4.

2.3 Geostrophisches und Hydrostatisches Gleichgewicht

Vernachlässigt man Reibungs- und Zentrifugalkräfte und betrachtet ein stationäres System $\frac{D\vec{u}}{dt} = 0$, so vereinfacht sich die NSG zu

$$0 = -2\rho(\vec{\Omega} \times \vec{u}) - \nabla p - \rho\vec{g}. \quad (6)$$

Mit den Näherungen aus Kapitel 2.2 kann (6) komponentenweise wie folgt geschrieben werden:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv \quad (7a)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu \quad (7b)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g. \quad (7c)$$

(7a) und (7b) beschreiben das sog. geostrophische Gleichgewicht, (7c) das hydrostatische Gleichgewicht. In der geostrophischen Näherung erzeugen Druckgradienten in x -Richtung also Strömungen in y -Richtung und umgekehrt. Auf der Nordhemisphäre ($f > 0$) entsteht folglich ein zyklonischer “Gyre” (kreisförmige Strömung im Gegenuhrzeigersinn) um ein Tiefdruckgebiet, bzw. ein antizyklonischer Gyre (Uhrzeigersinn) um ein Hochdruckgebiet (Abbildung 3). Diese Gyres kann man sowohl im Ozean beobachten als auch in großen Höhen der Atmosphäre, wo Reibungskräfte vernachlässigt werden können. In der Atmosphäre spricht man dabei von geostrophischen Winden, die sich zum besonders ausgeprägten “Jetstream” verbinden. Die geostrophische Näherung ist nicht gültig, wenn Reibungseffekte wichtig sind (vgl. Kapitel 2.5), oder wenn durch schnelle Strömungen mit kleinen Radien starke Zentrifugalbeschleunigungen auftreten (z.B. Tornados).

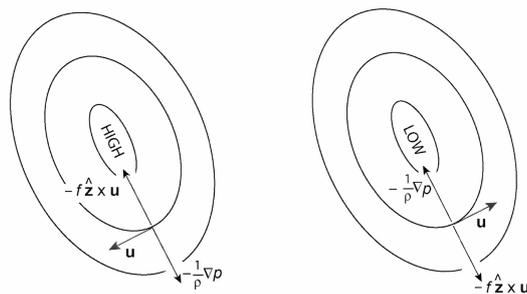


Abbildung 3: Geostrophisches Kräftegleichgewicht und Strömung \vec{u} um Hoch- und Tiefdruckgebiete auf der Nordhemisphäre ($f > 0$). [1]

2.4 Taylor Columns

Durch Anwendung der Rotation ($\nabla \times$) auf die geostrophische Gleichung (6) findet man das Taylor-Proudman Theorem

$$(\vec{\Omega} \cdot \nabla) \vec{u} = 0. \quad (8)$$

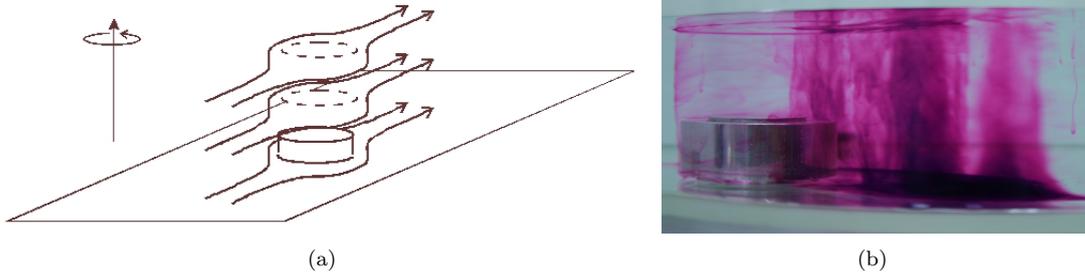


Abbildung 4: Physikalisches Prinzip (links, [1]) und experimentelle Realisierung (rechts) einer Taylor Column im Wassertank.

Im kartesischen Koordinatensystem mit $\vec{\Omega} = (0, 0, \Omega)$ vereinfacht sich dies zu

$$\frac{\partial}{\partial z} \vec{u} = 0. \quad (9)$$

Dies bedeutet, dass die Geschwindigkeit einer geostrophischen Strömung nicht tiefenabhängig ist, man beobachtet eine 'Taylor-Column' (vergleiche Abbildungen 4(a), 4(b)).

2.5 Ekman Layers

An Grenzflächen zwischen Ozean und Atmosphäre, Ozean und Meeresgrund sowie Atmosphäre und Land treten nicht vernachlässigbare Reibungseffekte auf. Die davon beeinflusste Wasser- oder Luftschicht bezeichnet man als Ekman Layer. Die Dicke δ der Ekman Layers beträgt ca. 10 m bis einige 100 m, in Entfernung $|z| > \delta$ von der Grenzfläche ist die Reibung vernachlässigbar. Die horizontalen Komponenten der NSG im Ekman Layer sind

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv + \mathcal{F}_{R_x} \quad (10a)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + \mathcal{F}_{R_y}, \quad (10b)$$

wobei wir abgesehen von der Reibung $\vec{\mathcal{F}}_R$ wieder Geostrophie angenommen haben. Wir unterscheiden nun zwei Fälle: Verlangsamende und beschleunigende Reibungskräfte.

Verlangsamende Reibungskräfte durch die Topographie treten sowohl über dem Meeresgrund als auch in der bodennahen Atmosphäre auf. Durch die Verlangsamung der Strömung v_i wird auch die Corioliskraft fv_i kleiner, so dass die Strömung in Richtung der nun dominanten Druckgradientkraft abgelenkt wird (Abbildung 5). Bodennahe Winde strömen also aus Hoch- in Tiefdruckgebiete, was zentral für unser tägliches Wetter ist. Aber auch im Ozean hat der Ekman Layer über dem Meeresgrund weitreichende Auswirkungen, z.B. auf Deep Western Boundary Currents (hier nicht gezeigt, nicht zu verwechseln mit den oberflächennahen WBCs).

Beschleunigende Reibungskräfte treten an der Meeresoberfläche auf, wo der "wind stress" ($\vec{\tau}_{wind}$, Einheit N/m^2) auf die Wasseroberfläche wirkt und so die darunterliegenden Wassermassen beschleunigt. Man spricht deshalb auch von windgetriebener ("wind-driven") Ozeanzirkulation. Durch die beschleunigte Strömung wird die Corioliskraft grösser, was bei gleichbleibendem Druckgradienten eine Ablenkung der Strömung in Richtung der Corioliskraft verursacht (siehe Aufgabe 3.2). In der Folge zeigen wir, dass diese Ablenkung integriert über den Ekman Layer genau rechtwinklig zur Windrichtung ist.

Abbildung 6 zeigt den abnehmenden Einfluss von $\vec{\tau}_{wind}$ mit zunehmender Tiefe. Unterhalb des Ekman Layers der Dicke δ ist der verbleibende stress $\vec{\tau}$ näherungsweise null. Für ein solches τ -Profil lässt sich zeigen ([1] S. 199), dass

$$\vec{\mathcal{F}}_R = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{\tau}}{\partial z}. \quad (11)$$

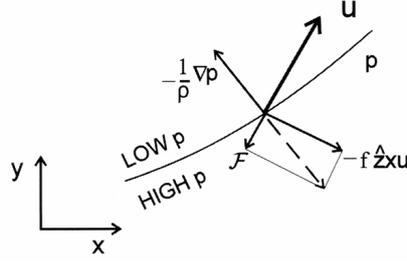


Abbildung 5: Kräftegleichgewicht gemäss (10) für verlangsamende Reibungskräfte. Die Strömung \vec{u} wird in Richtung Druckgradientkraft abgelenkt. [1]

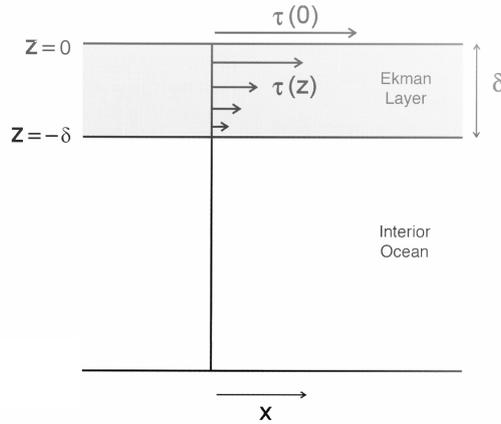


Abbildung 6: Mit der Tiefe z abnehmende Beschleunigung ("wind stress" $\vec{\tau}$) im Ekman Layer im Oberflächenozean. [1]

Man kann die Strömung $\vec{u} = \vec{u}_g + \vec{u}_{ag}$ in eine geostrophische Komponente \vec{u}_g (aus Gleichung 7) und eine ageostrophische Komponente \vec{u}_{ag} zerlegen. Nun betrachten wir nur die ageostrophische Komponente, d.h. wir vernachlässigen den Druckgradienten in (10). Weiter wählen wir wieder die Vektorschreibweise und setzen (11) ein:

$$f \hat{z} \times \vec{u}_{ag} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{\tau}}{\partial z}. \quad (12)$$

Der Ekman-Transport (Massentransport im Ekman Layer), definiert als

$$\vec{M}_{ek} = \int_{-\delta}^0 \rho \vec{u}_{ag} dz, \quad (13)$$

kann nun durch Integration über den Ekman Layer mit $\vec{\tau}(0) = \vec{\tau}_{wind}$ und $\vec{\tau}(-\delta) = 0$ berechnet werden (siehe Aufgabe 3.3):

$$\vec{M}_{ek} = \frac{\vec{\tau}_{wind} \times \hat{z}}{f}. \quad (14)$$

\vec{M}_{ek} ist also senkrecht zum Windstress, auf der Nordhemisphäre nach rechts ($f > 0$) und auf der Südhemisphäre nach links ($f < 0$).

Der horizontale Ekman-Transport kann z.B. bei kreisförmigem wind stress eine Divergenz bzw. Konvergenz auslösen, wie in Abbildung 7 gezeigt. Aufgrund von (3) muss diese durch eine vertikale Auf- bzw. Abwärtsströmung ausgeglichen werden; Man spricht von Ekman suction bzw. Ekman pumping (oder synonym von Ekman upwelling bzw. Ekman downwelling).

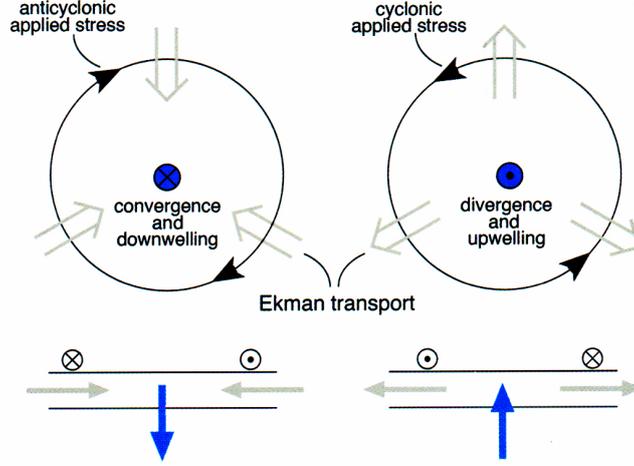


Abbildung 7: Ekman Transport senkrecht zum wind stress führt zu vertikalen Strömungen (downwelling/upwelling), hier gezeigt für die Nordhemisphäre ($f > 0$). [1]

Alternativ kann auch ein lokal nicht kreisförmiger wind stress in Kontinentnähe Ekman pumping oder suction auslösen. Ein prominentes Beispiel findet sich auf der Südhemisphäre: Rund um die Antarktis weht über dem Südozean ein starker Westwind (d.h. von West nach Ost), der einen nordwärts gerichteten Ekman-Transport auslöst. Dieser wiederum verursacht Ekman suction in Antarktislänge, z.B. wird Tiefenwasser aus dem Nordatlantik (NADW) durch diesen Prozess im Südozean an die Oberfläche “gesogen”. Dieser Effekt ist nebst der Tiefenwasserbildung durch Dichteunterschiede im Nordatlantik der wichtigste Antrieb der meridionalen Zirkulation im Atlantik (AMOC).

2.6 Western Boundary Currents

Zur Erklärung der Western Boundary Currents (WBCs) verwenden wir eine Abwandlung des Stommel-Modells, das z.B. in [2] gezeigt wird. Im Stommel-Modell wird ein Ozeansector von konstanter Tiefe mit einem rein zonalen wind stress betrachtet; die Entstehung der WBCs wird mit der Breitengradabhängigkeit des Coriolisparameters, $f = f(\varphi)$, begründet (siehe Aufgabe 3.4). Das Laborexperiment weist drei Abweichungen von den Annahmen des Stommel-Modells auf: 1. ist der Wassertank eine f-plane, $f \neq f(\varphi)$ (Kapitel 2.2), so dass WBCs bei flachem Meeresgrund nicht auftreten würden. Dafür ist 2. die Wassertiefe h im quadratischen Tank nicht konstant, sondern $h = h(y)$ (Abbildung 13), was wiederum WBCs ermöglicht (wie in der Folge gezeigt). 3. ist der wind stress nicht zonal, sondern rotationssymmetrisch, was aber für die WBCs keine Rolle spielt.

Wir integrieren (10) vom Meeresgrund $z = -h = -h(y)$ zur Oberfläche $z \approx 0$ (vereinfachend als flach angenommen):

$$-fM_y = - \int_{-h}^0 \frac{\partial p}{\partial x} dz + \tau_x - RM_x \quad (15a)$$

$$fM_x = - \int_{-h}^0 \frac{\partial p}{\partial y} dz + \tau_y - RM_y, \quad (15b)$$

wobei wir sowohl den wind stress $\vec{\tau}$ an der Oberfläche als auch Bodenreibung $-R\vec{M}$ für den Reibungsterm eingesetzt haben ($R = \text{Reibungskoeffizient}$). Der Massentransport \vec{M} ist definiert

Tabelle 1: Vorzeichen der Terme in (18) auf der Nordhemisphäre. Grau unterlegt ist die notwendige Bedingung zum Erfüllen der Gleichung, welche auf einen Western Boundary Current (WBC) schliessen lässt. Modifiziert von [2].

Direction of flow	1 $\rho h \frac{D}{Dt} (\zeta + f)$	2 $-\rho (\zeta + f) \frac{Dh}{Dt}$	\approx	3 $\frac{\partial \tau_y}{\partial x}$	4 $-\frac{\partial \tau_x}{\partial y}$	5 $-R \frac{\partial M_y}{\partial x}$	6 $+R \frac{\partial M_x}{\partial y}$
N \rightarrow S	≈ 0	< 0		< 0	< 0	≈ 0	≈ 0
S \rightarrow N	≈ 0	> 0		< 0	< 0	$\gg 0$	≈ 0

als

$$\vec{M} = \int_{-h}^0 \rho \vec{u} dz. \quad (16)$$

Das Resultat (15) werden wir später benötigen. Vorerst betrachten wir eine nützliche Umformulierung der NSG mit einigen Vereinfachungen, die für die großflächige Ozean-/Atmosphärenzirkulation annehmbar sind:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\zeta + f}{h} \right) = -\frac{\zeta + f}{h} \frac{Q}{\rho h} + \frac{1}{h} \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right). \quad (17)$$

(17) lässt sich aus einer Verallgemeinerung von (10) herleiten, bei der Beschleunigungen $\frac{D\vec{u}}{Dt}$ nicht vernachlässigt werden [2]. Die Herleitung muss nicht nachvollzogen werden. Die Grösse $(\zeta + f)/h$ wird als “potential vorticity” (PV) bezeichnet, wobei

$$\zeta = (\nabla \times \vec{u}) \cdot \hat{z} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

die “relative vorticity” ist. (17) wird deshalb auch als PV-Formulierung der Bewegungsgleichung bezeichnet. $a_{x,y}$ stehen zusammenfassend für alle Beschleunigungen durch “echte” (nicht Schein-) Kräfte. Für die folgenden Argumentationen gehen wir von einer nicht-baroklinen, tiefenunabhängigen Zirkulation aus (vgl. Kapitel 2.7). Diese Annahme ist mindestens in der Nähe der Wasseroberfläche (wo wir die WBCs beobachten) vertretbar. In einem abgeschlossenen Ozean oder Tank ist dann $Q \approx 0$ (vgl. [2]). Wenn man die Reibung vernachlässigen kann, verschwindet ausserdem das Drehmoment $\partial a_y / \partial x - \partial a_x / \partial y$. In diesem Fall ist PV folglich eine erhaltene Grösse ($D(PV)/Dt = 0$). PV ist nicht nur in der Ozeanografie eine sehr nützliche Grösse, auch in der Atmosphärenphysik hilft sie z.B. bei der Analyse von Hurricanes.

In unserem Fall können wir die Reibung nicht vernachlässigen. Wir suchen nun eine tiefenintegrierte Näherung von (17) für den Wassertank mit schrägem Boden. Dazu ersetzen wir die tiefenintegrierten “echten” Beschleunigungen $\int_{-h}^0 a_{x,y}$ durch die rechte Seite von (15a,15b) dividiert durch ρ , da (15) in Massenfusseinheiten formuliert ist. Mit $Q \approx 0$ erhalten wir folgende Näherung:

$$\rho h \frac{D}{Dt} (\zeta + f) - \rho (\zeta + f) \frac{Dh}{Dt} \approx \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y} - R \frac{\partial M_y}{\partial x} + R \frac{\partial M_x}{\partial y}, \quad (18)$$

wobei wir auf der linken Seite die Produkt- und Kettenregel angewendet haben. Ausserdem wurde wie im Stommel-Modell die Annahme $\zeta \neq \zeta(z)$ gemacht, welche wiederum mindestens in der Nähe der Wasseroberfläche vertretbar ist.

Eine Analyse der Vorzeichen und Grössenordnungen der einzelnen Terme in (18) erklärt das Auftreten von WBCs im Wassertank (Tabelle 1). Term 1 ist vernachlässigbar, da die ζ -Änderung im Vergleich zur h -Änderung klein ist und $f = \text{konstant}$. Term 2 ist negativ für eine Wasserparzelle, die sich von Nord nach Süd bewegt (N \rightarrow S; $Dh/Dt > 0$ aufgrund des schrägen Tankbodens), und positiv für S \rightarrow N. Die Vorzeichen von Term 3 und 4 können wir explizit ausrechnen:

$$\vec{\tau} = \alpha \vec{\omega} \times \vec{x} = \alpha(-\omega y, \omega x, 0) \Rightarrow \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y} = 2\alpha\omega.$$

$\alpha > 0$ ist eine Proportionalitätskonstante, ω die Winkelgeschwindigkeit des Windsimulators. Im Experiment rotiert dieser antizyklonisch ($\Rightarrow \omega < 0$), also sind Term 3 und 4 negativ. Term 6 verschwindet in der Nähe des östlichen und westlichen Randes, da es keinen Transport M_x aus dem Tank heraus gibt.

Für die Flussrichtung N→S ist die Gleichung also ohne Beitrag von Term 5 erfüllt ($\partial M_y / \partial x \approx 0$). Das bedeutet, dass wir eine relativ uniforme N→S Strömung im Tankinneren annehmen können. Diese muss allerdings von einer lokalen S→N Gegenströmung ausgeglichen werden, da der Tank geschlossen ist. Für diese Gegenströmung folgt aus Tabelle 1, dass Term 5 positiv sein muss, um die Gleichung zu erfüllen $\Rightarrow \partial M_y / \partial x < 0$. Dies ist nur mit einem WBC erfüllbar (Abbildung 8).

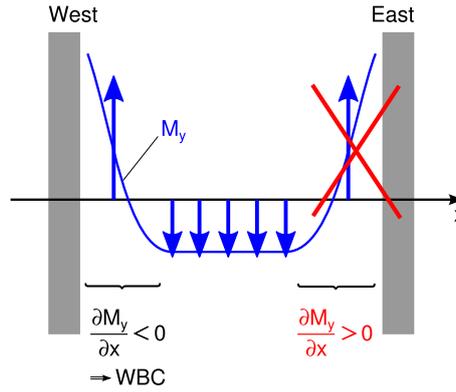


Abbildung 8: Meridionaler Massentransport M_y in einem Ozean Sektor auf der Nordhemisphäre. Vorzeichenüberlegungen verbieten einen Eastern Boundary Current und lassen auf einen Western Boundary Current (WBC) schließen (Tabelle 1).

Im Ozean ist auf der linken Seite der Term $\sim \frac{Df}{Dt}$ dominant gegenüber $\sim \frac{Dh}{Dt}$, das Vorzeichen und damit die Erklärung der WBCs bleibt aber gleich (Aufgabe 3.4).

2.7 Thermal Wind und Barokline Instabilitäten

Bisher haben wir $\rho = \text{konstant}$ angenommen, was in Ozean und Atmosphäre nicht überall eine gute Näherung ist, da die Dichte unter anderem von der Temperatur (und dem Salzgehalt im Ozean) abhängig ist. In Regionen mit starken Temperaturgradienten müssen also Dichteunterschiede berücksichtigt werden. In erster Näherung formulieren wir eine Zustandsgleichung, die nur temperaturabhängig ist:

$$\rho = \rho_{ref}(1 - \alpha[T - T_{ref}]) := \rho_{ref} + \sigma, \quad (19)$$

wobei ρ_{ref} und T_{ref} gewählte Referenzwerte sind und $\sigma = -\rho_{ref}\alpha[T - T_{ref}]$ die Dichteanomalie bezeichnet ($\sigma \ll \rho_{ref}$), mit α dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten. Nun interessieren wir uns für die Auswirkung einer solchen Dichteanomalie auf geostrophische Strömungen bzw. Winde. Dazu leiten wir (7a,7b) nach z ab, und erhalten unter Verwendung von (7c) (mit $\rho \approx \rho_{ref}$ ausser in Ableitungen):

$$\left(\frac{\partial u_g}{\partial z}, \frac{\partial v_g}{\partial z} \right) = \frac{g}{f\rho_{ref}} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial y}, -\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \quad (20)$$

oder in Vektornotation

$$\frac{\partial \vec{u}_g}{\partial z} = -\frac{g}{f\rho_{ref}} \hat{z} \times \nabla \sigma. \quad (21)$$

Setzen wir nun $\sigma = -\alpha[T - T_{ref}]$ ein, erhalten wir eine einfache Form der “thermal wind equation”:

$$\frac{\partial \vec{u}_g}{\partial z} = \frac{\alpha g}{f} \hat{z} \times \nabla T. \quad (22)$$

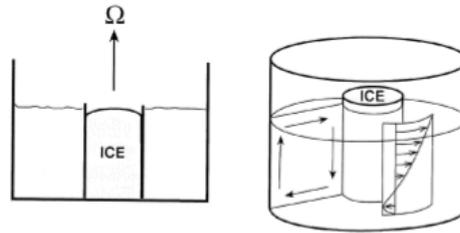


Abbildung 9: Thermal wind im Wassertank-Experiment. Das Geschwindigkeitsprofil des thermal wind ist in der rechten Figur abgebildet, zusätzlich zur überlagerten vertikalen Zirkulation (Kapitel 3.5, Zusatzaufgabe).[1]

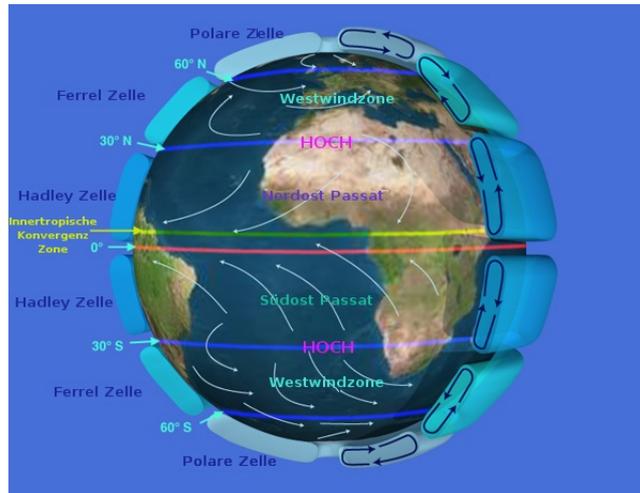


Abbildung 10: Sketch der globalen Zirkulation. Man erkennt Westwind- sowie Passatbildung unterschiedlich abgelenkt in Nord- und Südhemisphäre. Weiterhin sind die drei größten Äquator zu Pol Zirkulationszellen dargestellt.

Horizontale Temperaturgradienten führen also dazu, dass die geostrophischen Strömungen mit zunehmender Höhe stärker werden. Geostrophische Winde sind deshalb unterhalb der Tropopause am stärksten (bis zu weit über 100 km/h) und bilden die bekannten “Jetstreams”. In unserem Wassertankexperiment (Aufgabe 3.5, Abbildung 9) erzeugen wir einen rein radialen Temperaturgradienten $\partial T/\partial r$, was (22) weiter vereinfacht:

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial z} = \frac{\alpha g}{2\Omega} \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (23)$$

Im selben Experiment werden auch barokline Instabilitäten simuliert. Man spricht von Baroklinität, wenn Isobaren (Flächen gleichen Druckes) und Isopyknen (Flächen gleicher Dichte) nicht parallel zueinander verlaufen. Barokline Instabilitäten erzeugen Vorticity (vgl. Kapitel 2.6) und können zu komplizierten lokalen Zirkulationsänderungen führen. Sie sind unter anderem eine der vielen Voraussetzungen für die Entstehung von Hurricanes. Die baroklinen Verwirbelungen werden im Experiment nur qualitativ untersucht und in der Theorie nicht weiter besprochen. Bei Interesse können Sie die Literatur konsultieren (z.B. [1] S. 146 ff., [5], chapter 6.4 oder [4], chapter 16). Die thermischen Winde sind ausserdem eng verknüpft mit der vertikalen Atmosphärenzirkulation (Abbildung 10), die in einem separaten Experiment visualisiert werden kann (Kapitel 3.5, Zusatzaufgabe).

3 Aufgaben

In der Folge werden sieben mögliche Aufgaben erörtert. Erledigen Sie von diesen **mindestens vier Aufgaben** im Rahmen des Laborkurses 1, **mindestens fünf** für den Laborkurs 2. Aufgabe 3.5 kann zu zwei Aufgaben erweitert werden, siehe dort. Ihnen ist freigestellt, andere Aufgaben zu erweitern, zu kombinieren oder weitere Versuche durchzuführen. Die einzelnen Experimente können in relativ kurzer Zeit durchgeführt werden; es wird aber empfohlen Experimente zu wiederholen, bis eine gute Visualisierung der beobachteten Phänomene gelingt. Sie können mit der installierten, mitrotierenden Kamera Filme von oben machen und frames daraus als Fotos speichern (software: showbiz DVD), für seitliche Aufnahmen benutzen Sie bitte eigene Geräte. Protokollieren Sie, wie lange sie vor der Injektion der Farbe gewartet haben (um ein Zirkulationsgleichgewicht zu erreichen), wie lange nach der Injektion eine Aufnahme gemacht wurde, sowie sämtliche Rotationsgeschwindigkeiten.

3.1 Taylor Columns

Zur Veranschaulichung des Taylor-Proudman Theorems platzieren Sie am Boden des runden Tanks ein Hindernis (vgl. Abbildung 11). Der Wassertank wird auf ca. 5 RPM beschleunigt, der Was-

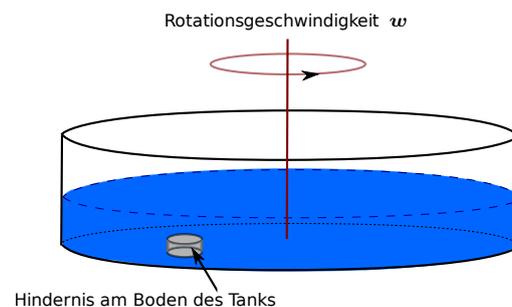


Abbildung 11: Aufbau des Rotationstanks zur Realisierung der Beobachtung des Taylor-Proudman Theorems.

serstand sollte ca. 10 cm betragen (sie können auch mit höherem Wasserstand experimentieren). Warten Sie bis die Flüssigkeit in stabiler Rotation ist (solid-body rotation), was einige Minuten in Anspruch nehmen kann. Zur Visualisierung der Strömung nutzen wir wenige Streuteilchen in der Gegend des Hindernisses sowie Kaliumpermanganat in Lösung. Tropfen Sie es aus einer Pipette auf die Oberfläche und warten Sie bis sich die magentafarbene Flüssigkeit vertikal verteilt hat. Reduzieren Sie nun die Rotationsgeschwindigkeit marginal, so dass das Wasser relativ zum Tank rotiert.

- Nur Studierende mit Hauptfach Physik/Mathematik: Leiten Sie (8) aus (6) her!
- Führen Sie das Experiment wie oben beschrieben durch und beschreiben Sie.
- Beobachten sie Abweichungen vom Taylor-Proudman Theroem im Wassertank? Wenn ja, wo? Beschreiben Sie und versuchen Sie zu begründen.

3.2 Bottom Ekman Layers

In diesem Teil des Versuches soll die Strömungsablenkung aufgrund von Bodenreibung im Ekman Layer untersucht werden. Versetzen Sie den Wassertank in solid-body rotation (siehe Taylor Columns). Lassen Sie Kaliumpermanganatkristalle (un aufgelöst) an einigen Stellen auf den Boden des Tanks sinken und ändern Sie wieder die Rotationsgeschwindigkeit (etwas stärker als bei den Taylor Columns).

- Zeichnen Sie analog zu Abbildung 5 ein Kräftegleichgewicht für die Ozeanoberfläche. Sie können annehmen, dass $-\nabla p \perp \vec{f}_R$. Zeichnen Sie auch die resultierende Strömungsrichtung ein und kommentieren Sie kurz.
- Entspricht das hier beschriebene Experiment Ihrem Kräftegleichgewicht oder Abbildung 5?
- Überlegen Sie vor dem Experiment: Müssen Sie die Rotation leicht verlangsamen oder beschleunigen, um eine Ablenkung der Bodenströmung nach innen bzw. nach aussen zu erhalten?
- Führen Sie beide Experimente durch und beschreiben Sie. Entsprechen die Beobachtungen den Erwartungen?

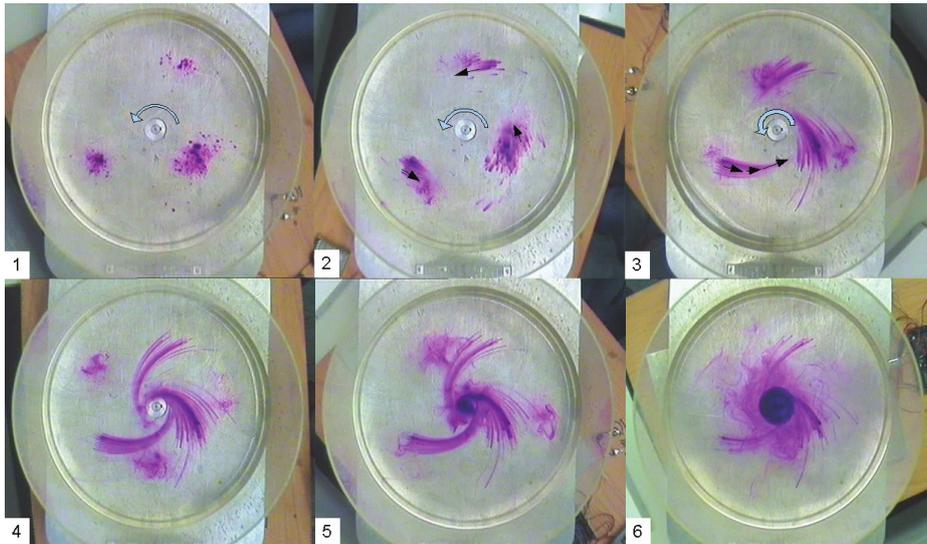


Abbildung 12: Beobachtete zyklonische Ekmanströmung im rotierenden Bezugssystem.

3.3 Ekman Pumping/Suction

In der Folge wird die Relativbewegung des Wassers nicht durch ändern der Tankgeschwindigkeit, sondern durch einen “wind stress simulator” in Form einer rotierenden Plexiglasscheibe realisiert. Die Tankrotation sollte ca. 10 RPM betragen, die Rotation der Plexiglasscheibe relativ dazu ca. ± 5 RPM. Als Färbemittel kann z.B. Kaliumpermanganatlösung verwendet werden, die mit Hilfe einer Pipette durch ein Loch in der Plexiglasscheibe möglichst nahe vom Tankzentrum injiziert werden kann.

- Nur Studierende mit Hauptfach Physik/Mathematik: Leiten Sie (14) aus (12) her!
- Überlegen Sie vor dem Experiment: Muss die Rotation der Plexiglasscheibe in der gleichen oder entgegengesetzten Richtung zur Tankrotation sein, damit es im Tankzentrum Ekman upwelling bzw. downwelling gibt?
- Führen Sie beide Experimente durch, beobachten Sie längere Zeit und beschreiben Sie. Fotografien von der Seite des Tankes sind für die Dokumentation entscheidend. Entsprechen die Beobachtungen den Erwartungen?

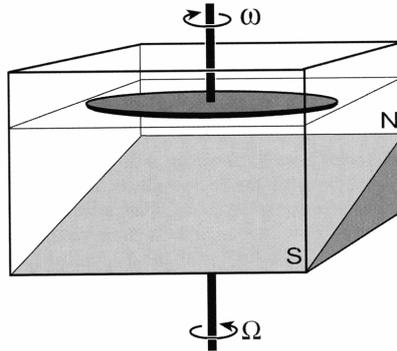


Abbildung 13: Versuchsaufbau zum WBC Experiment. [1]

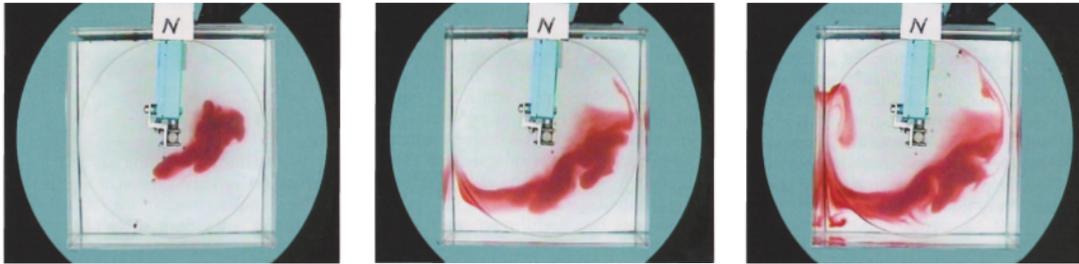


Abbildung 14: Beobachtete Entstehung eines WBCs im quadratischen Wassertank, wobei eine Schräge in den Tankboden eingelassen wurde. Zeitabstand zwischen den Aufnahmen: 7 Minuten. [1]

3.4 Western Boundary Currents

Im quadratischen Tank soll unter Einsatz eines abfallenden Untergrundes die Entstehung von Western Boundary Currents (WBCs) beobachtet werden. Der Tank rotiert mit ca. 10 RPM zyklonisch, die Plexiglasscheibe als wind stress simulator rotiert relativ dazu sehr langsam antizyklonisch (~ 1 RPM). Wenn die Strömung im Gleichgewicht ist (erfordert ca. 20 Minuten), kann ein Färbemittel durch die Löcher im Plexiglas in der südlichen Tankhälfte injiziert werden (Abbildung 14).

- Kennen Sie Beispiele für WBCs im Ozean? Sind diese mit unserem Experiment vergleichbar?
- Stommel-Modell: Vereinfachen Sie (18) mit folgenden Annahmen:
 $Dh/Dt \approx 0$ (flacher Ozean)
 $f = f_0 + \beta y$ mit $f_0 > 0$, $\beta > 0$ Konstanten (sog. β -plane Näherung für $f = f(\varphi)$)
 $\tau_x = -T \cos(\frac{\pi}{B}y)$ mit $T > 0$ und $y \in [0, B]$, $\tau_y = 0$ (rein zonaler wind stress)
 Leiten Sie die Entstehung von WBCs im Stommel-Modell analog zu Tabelle 1 her.
- Nur Studierende mit Hauptfach Physik/Mathematik, fakultativ: Leiten Sie (18) aus (17) her!
- Führen Sie das Experiment wie oben beschrieben durch. Beobachten Sie während mindestens 30 Minuten und beschreiben Sie mehrere Momentaufnahmen. Entsprechen die Beobachtungen den Erwartungen?
- Was würde sich ändern, wenn der Tankboden nicht schräg wäre? Argumentieren Sie aufgrund der Theorie. Fakultativ können Sie Ihre Vermutungen auch experimentell nachprüfen.

3.5 Thermischer Wind, Hadley Zirkulation und barokline Verwirbelungen

Um Zirkulationsmuster wie thermal winds zu beobachten (Abbildung 16) prägen wir eine Temperaturdifferenz zwischen Zentrum und Rand des Wassertanks auf (Abbildung 15). Der Wassertank wird zu circa 15 cm gefüllt und sehr langsam (nicht schneller als 0.8 RPM) zyklonisch rotiert, bis die Zirkulation im Gleichgewicht ist.

- Leiten Sie (20) aus (7) her.
- Färben Sie im oben beschriebenen Experiment eine Wassersäule vertikal mit aufgelöster Farbe und beobachten Sie von der Seite, wie sich die Farbsäule verformt. Erklären Sie anhand der Theorie (Kapitel 2.7).
- Wiederholen Sie den Versuch mit erhöhten Drehzahlen (z.B. 1.5 RPM, 5 RPM und 10 RPM). Verwenden sie verschiedene Färbemittel um die Wirbelbildungen bestmöglich auflösen zu können (Abbildung 17). Wenn Sie die Drehzahl des Tankes verändern, welchem physikalischen Parameter entspricht das auf der Erde? Was bedeutet das für die Übertragbarkeit der einzelnen Versuche auf bestimmte Ozeanregionen?
- **Zusatzaufgabe:** In diesem Versuchsaufbau (mit dem gekühlten Zylinder und der langsamstmöglichen Rotation) kann auch die Hadley-Zirkulation sichtbar gemacht werden. Dieses Experiment können Sie anhand von [1], S. 144-145 durchführen. Führen Sie kurz die zugehörige Theorie ein ([1], S. 142-144) und dokumentieren Sie Ihre Beobachtungen. Dies zählt als zusätzliche Aufgabe.

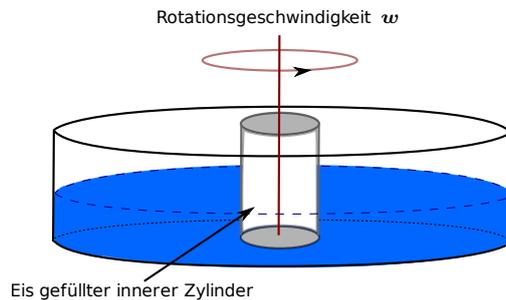


Abbildung 15: Aufbau des Rotationstanks zur Realisierung der Beobachtung vom thermischen Wind und Hadley Zirkulationen mittels der Aufprägung eines Temperaturgradienten.

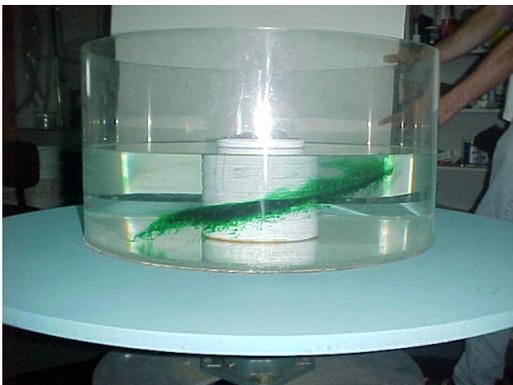


Abbildung 16: Beobachteter 'thermal wind' im langsam rotierenden Bezugssystem bei aufprägtem Temperaturgradienten. [1]



Abbildung 17: Beobachtete Verwirbelungen im rotierenden Bezugssystem bei aufprägtem Temperaturgradienten. [1]

3.6 Zusatzexperimente

Die folgenden Experimente können in einem weitaus kleineren, nicht rotierenden Wassertank (z.B. Glas oder Messbecher) durchgeführt werden. Sie sind freiwillig, doch wenn Sie beide (oder vergleichbare andere Experimente) durchführen und sorgfältig erklären (mit Hilfe von z.B. Online-Quellen), können Sie dafür ein Tankexperiment (Aufgaben 3.1-3.5) weniger machen.

3.6.1 Einsteins Teeblätter

Füllen Sie ein Glas mit Wasser und nutzen Sie wenige Teeblätter zur Sichtbarmachung der Flussbewegungen. Rühren Sie mit einer Löffel um ($\Omega \sim 3 \text{ RPM}$) und beobachten Sie dabei die Bewegung der Teeblätter.

- Wo enden die Teeblätter und wie sind Sie dort hin gelangt?

3.6.2 Tiefenwasserbildung

Füllen Sie ein Glas mit Wasser und nutzen Sie Färbemittel zur Sichtbarmachung der Flussbewegungen. Befestigen Sie z.B. einen Eiswürfel mit Hilfe der Klemme und des Stativs direkt auf der Wasseroberfläche oder füllen einen schwimmenden Aluminiumfolienbecher mit flüssigem Stickstoff.

- Was beobachten Sie?
- Erklären Sie die beobachteten Zirkulationen qualitativ. Überlegen Sie sich dabei warum die Dichte von Wasser mit abnehmender Temperatur zunimmt.
- Wo im Glas werden die Wasserpakete wieder nach oben befördert und was treibt diese Kraft? Welches physikalische Prinzip aus dem Theorieteil erklärt die aufwärts gerichtete Bewegung?



Abbildung 18: Strömung um gekühlte Aluminiumfolie

Literatur

- [1] Marshall, J. and Plumb, A. R.: *Atmosphere, Ocean, and Climate Dynamics - An Introductory Text*, Elsevier, 2008
- [2] Stocker, T. F.: *Introduction to Climate Modelling*, Skript zur Vorlesung Universität Bern 2014
- [3] Fischer, H. and Leuenberger, M. and Joos, F. and Stocker, T. F.: *Introduction to Climate and Environmental Physics*, Skript zur Vorlesung Universität Bern 2011
- [4] Pedlosky, J.: *Geophysical Fluid Dynamics*, 2nd Ed., Springer Press, New York, NY, 1987
- [5] Vallis, G.K.: *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2006
- [6] Läderach, A. *Strömungssimulation im Tank: Numerik und Experiment*, Bachelorarbeit Universität Bern, 2010