

1. Betrachte die Eulergleichungen eines starren Körpers für den Fall $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$.
 - (a) Zeige, dass die Bewegung bei einer Drehung um die erste Hauptachse ($\omega'_1 \neq 0, \omega'_2 = \omega'_3 = 0$) gleichmässig und konstant ist, d.h. $\omega'_1(t) = \Omega, \omega'_2(t) = \omega'_3(t) = 0$.
 - (b) Betrachte nun eine kleine Störung dieser Bewegung $\vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega}' + \vec{\epsilon}$ mit $\epsilon_i \ll \Omega$ und notiere die entsprechenden Bewegungsgleichungen.
 - (c) Linearisiere die Bewegungsgleichungen und löse sie. Dabei müssen Fallunterscheidungen bezüglich der Ordnung der Grössen der Hauptträgheitsmomente gemacht werden. Für welche Fälle ist die Bewegung stabil?

2. Symmetrischer Kreisel $\Theta_1 = \Theta_2$ mit konstantem Drehmoment. Löse die Eulergleichungen für den Fall, dass auf den Kreisel ein konstantes Drehmoment $\vec{M} = M_0 \vec{e}_z$ wirkt. Die Anfangsbedingungen seien $\phi(0) = \theta(0) = \psi(0) = 0$, sowie $\dot{\phi}(0) = \dot{\theta}(0) = \dot{\psi}(0) = 0$. Gib die Eulerwinkel als Funktion der Zeit an.

3. Bewegungsgleichung für einen umfallenden Bleistift.
 - (a) Zeige, dass ein dünner Stab der Länge L bezüglich des Schwerpunktes das Trägheitsmoment $\Theta_S = mL^2/12$ hat (genauer $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_S$ und $\Theta_3 = 0$).
 - (b) Gib die Lagrange-Funktion im Schwerpunktssystem an. In diesem System besteht die Bewegung aus einer Rotation um den Schwerpunkt sowie einer Bewegung des Schwerpunktes.
 - (c) Gib die Lagrange-Funktion des Bleistifts im Bezugssystem des Tisches an. In diesem System ist die Bewegung eine reine Rotation um den Endpunkt. Achtung: das zugehörige Trägheitsmoment ist nicht gleich Θ_S , kann aber aus diesem mit dem Satz von Steiner hergeleitet werden.
 - (d) Was ist die Geschwindigkeit des Bleistiftspitzes beim Aufprall, wenn der Bleistift in Ruhe aus der Vertikalen losgelassen wird. (Damit er überhaupt fällt darf der Stift anfangs nicht exakt vertikal stehen, was aber in der Praxis immer erfüllt ist.)

4. Eine kleine Kugel mit Radius r und Masse M rollt unter dem Einfluss der Schwerkraft in einer Kugelschale mit Radius $R \gg r$ herum.
 - (a) Berechne das Trägheitsmoment der Kugel.
 - (b) Wähle geeignete Koordinaten und stelle die Lagrange-Funktion auf.

- (c) Welches sind die erhaltenen Grössen? Zeige, dass man mit diesen das Problem auf die Lösung einer Differentialgleichung 1. Ordnung zurückführen kann.

