

1. *Berechne den Druck der Sonnenstrahlung mit einer Energiestromdichte*

$$j = c \cdot \frac{E}{V} = 2000 \text{ W/m}^2.$$

Lösung: Aus den vorderen Aufgaben wissen wir, dass der Druck proportional zu E/V ist. Teilen wir die Energiestromdichte j durch c , erhalten wir eine Abschätzung für den Druck

$$P \sim \frac{j}{c} = \frac{2000 \text{ W}}{\text{m}^2} \frac{1}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \approx 6.667 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 6.667 \cdot 10^{-11} \text{ bar}.$$

2. *Schätze den Temperaturunterschied zwischen mittleren Breiten (45°) und den Tropen (0°) ab, der sich aus dem geometrisch bedingten Unterschied in der Sonneneinstrahlung ergibt.*

Lösung: Die Leistung, welche auf die Erde trifft, ist in den Tropen und in den mittleren Breiten dieselbe, jedoch verteilt sich die Leistung in den mittleren Breiten auf eine grössere Fläche. Die Relation zwischen den Flächen auf welche die gleiche Leistung trifft ist

$$f_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} f_{45}. \quad (1)$$

Benutzen wir diese Relation im Stefan-Boltzmann-Gesetz, so erhalten wir

$$T_0^4 = \frac{2}{\sqrt{2}} T_{45}^4. \quad (2)$$

Wir können nun die Temperaturdifferenz als Funktion der Temperatur in den Tropen schreiben

$$\Delta T = T_0(1 - 2^{-1/8}). \quad (3)$$

Nehmen wir an, dass es in den Tropen 28°C warm sei, so ergibt unsere Abschätzung einen Temperaturunterschied von ungefähr 25°C .

3. *Sichtbares Licht hat den Wellenlängenbereich $\lambda = 4000 \dots 7500 \text{ \AA}$. Um welchen Faktor liegen die zugehörigen Frequenzen über dem Maximum $\omega_{\max}$ der Verteilung von rotglühendem ($T \simeq 1000 \text{ K}$) oder weissglühendem ($T \simeq 2000 \text{ K}$) Eisen?*

Lösung: Zuerst berechnen wir aus den Wellenlängen $\lambda_0 = 400 \text{ nm}$ und $\lambda_1 = 750 \text{ nm}$ die dazugehörigen Kreisfrequenzen $\omega_i = 2\pi c/\lambda_i$. Wir erhalten $\omega_0 = 4.71 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$

und $\omega_1 = 2.51 \cdot 10^{15} \text{s}^{-1}$. Das Maximum ω_{max} der Verteilung von rotglühendem ($T \simeq 1000 \text{ K}$) und weissglühendem ($T \simeq 2000 \text{ K}$) Eisen lässt sich durch das Wiensche Verschiebungsgesetz

$$\hbar\omega_{max} = 2.82k_B T$$

berechnen. Wir erhalten $\omega_{max,rot} = 3.69 \cdot 10^{14} \text{s}^{-1}$ und $\omega_{max,weiss} = 7.38 \cdot 10^{14} \text{s}^{-1}$, und somit die Verhältnisse

$$\omega_0/\omega_{max,rot} = 12.761 \quad \omega_1/\omega_{max,weiss} = 3.403.$$

4. *Die eingestrahltene Sonnenenergie auf der Erde, gemittelt über die Zeit und die Breitengrade, beträgt $\bar{I}_S = 500 \text{ W/m}^2$. Berechne daraus die Oberflächentemperatur der Erde.*

Lösung: Wir nehmen an die Erde sei ein Schwarzkörper, also

$$I_{in} \cdot A_{in} = I_{out} \cdot A_{out}.$$

Die ausstrahlende Fläche A_{out} ist die Oberfläche der Erde $A_{out} = 4\pi R^2$. Da die eingestrahelte Energie $I_{in} = \bar{I}_S$ gemittelt ist, so wird die eingestrahelte Fläche nicht mehr der Querschnitt $A = \pi R^2$ der Erde sein. Da $\bar{I}_S$ gemittelt ist über die Breitengrade und die Zeit ist die eingestrahelte Fläche die der Sonne zugerichtete Halbkugel (zu jedem Zeitpunkt), also $A_{in} = 2\pi R^2$. Wir haben nun

$$I_{out} = I_{in} \frac{A_{in}}{A_{out}} = I_{in} \frac{2\pi R^2}{4\pi R^2} = \frac{I_{in}}{2}.$$

Wir können einfach mittels des Stefan-Boltzmann-Gesetzes

$$I_{out} = \sigma T^4$$

die Oberflächentemperatur abschätzen. Wir erhalten $T = 257.7 \text{ K}$, was -15.5 Grad Celsius entspricht. Dies erscheint zu hoch zu sein

5. *Gegeben sei die Intensität der direkten Sonneneinstrahlung auf der Erde, $I_S \simeq 2000 \text{ W/m}^2$, die Entfernung der Sonne (acht Lichtminuten), und der Radius der Sonne $R_S = 7 \cdot 10^5 \text{ km}$. Bestimme daraus die Oberflächentemperatur der Sonne.*

Lösung: Wir nehmen an, dass die Leistung von der Sonne in alle Richtungen gleich ausgestrahlt wird. Es soll auch angenommen werden, dass die totale Leistung welche die Sonnenoberfläche verlässt erhalten bleibt. Somit gilt

$$I_S R_S^2 = I_E (R_S + R_{SE})^2 \approx I_E R_{SE}^2,$$

wobei I_S die Intensität auf der Sonnenoberfläche ist, R_S der Radius der Sonne, I_E die Intensität welche bei der Erde ankommt und R_{SE} die Distanz zwischen Sonne

und Erde. Unter Verwendung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes erhalten wir nun eine Abschätzung der Temperatur auf der Sonnenoberfläche

$$T = \sqrt[4]{\frac{I_E R_{SE}^2}{R_S^2 \sigma}} = 6354 \text{K}.$$

Die wahre Oberflächentemperatur der Sonne beträgt im Mittel aber etwa 5778K. Unser Resultat überschätzt die Oberflächentemperatur, da die Sonneneinstrahlung auf der Erde eigentlich nur 1380 W/m² beträgt.